

Geometría III

Examen V

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Geometría III

Examen V

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://github.com/losdeldgiim)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

Asignatura Geometría III.

Curso Académico 2023-24.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Antonio Martínez López.

Descripción Parcial de los Temas 1 y 2.

Fecha 1 de diciembre de 2023.

Duración 90 minutos.

En lo que sigue, sustituye a y b por:

- $a = 1$ si la suma de los dígitos de tu DNI es par, $a = -1$ en caso contrario.
- $b = 1$ si el último dígito de tu DNI es par, $b = -1$ en caso contrario.

Ejercicio 1. Sean $p, q \in \mathbb{R}^2$ dos puntos distintos.

1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dado por:

$$f(x) = p + \frac{1}{3}(a\vec{p}\vec{q} + b\vec{p}\vec{x})$$

¿Es f una afinidad?

Calculemos su lineal asociada. Sean $x, y \in \mathbb{R}^2$:

$$\begin{aligned} \vec{f}(x\vec{y}) &= \overline{f(x)f(y)} = f(y) - f(x) = \\ &= p + \frac{1}{3}(a\vec{p}\vec{q} + b\vec{p}\vec{y}) - p - \frac{1}{3}(a\vec{p}\vec{q} + b\vec{p}\vec{x}) = \\ &= \frac{1}{3}(b\vec{p}\vec{y} - b\vec{p}\vec{x}) = \frac{1}{3}b\vec{x}\vec{y} \end{aligned}$$

Por tanto, $\vec{f} = \frac{b}{3}Id_{\mathbb{R}^2}$, por lo que f es una homotecia de razón $\frac{b}{3}$. Calculemos su punto fijo:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff p + \frac{1}{3}(a\vec{p}\vec{q} + b\vec{p}\vec{x}) = x \iff \\ &\iff a\vec{p}\vec{q} + b\vec{p}\vec{x} = 3\vec{p}\vec{x} \iff a\vec{p}\vec{q} = (3-b)\vec{p}\vec{x} \iff \\ &\iff x = p + \frac{a}{3-b}\vec{p}\vec{q} \end{aligned}$$

2. ¿Existe una afinidad $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que, para todo x que no esté en la recta que pasa por p y q le hace corresponder el ortocentro del triángulo $\{p, q, x\}$?

Observación. Se aconseja razonar cuál sería la imagen de los puntos de la circunferencia con diámetro $[p, q]$.

Ejercicio 2. Calcular la suma e intersección de los siguientes subespacios afines de \mathbb{R}^4 :

$$\begin{aligned} S &= \{(a, \lambda - a\mu, -2b\lambda, a\mu) \in \mathbb{R}^4 \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R}\} \\ T &= \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = a\} \end{aligned}$$

¿Existe un subespacio afín de \mathbb{R}^4 paralelo a S y a T que pase por el punto $(0, a, 0, -a) \in \mathbb{R}^4$?

Ejercicio 3. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación dada por:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{3}(ax + 2ay - 2az + b, 2ax - 2ay - az - 1, -2ax - ay - 2az + b)$$

¿Es f un movimiento rígido? En tal caso, clasifícalo.